ANALISI MATEMATICA T-1 (C.d.L. Ing. Edile - Polo di Ravenna)

A.A.2009-2010 - Prof. G.Cupini

Esercizi sulla derivazione

(Grazie agli studenti del corso che comunicheranno eventuali errori)

1. Calcolare il limite del rapporto incrementale in x_0:
$$x^2 \quad \{x_0 \in \mathbb{R}\}, \quad 3x^2 - 6x \quad \{x_0 \in \mathbb{R}\}, \quad \left|\frac{1}{x}\right| \quad \{x_0 \neq 0\}, \quad \frac{|x-3|}{x-4} \quad \{x_0 \in \mathbb{R} \setminus \{4\}\}.$$

2. Determinare due funzioni $g(y)$ e $h(x)$ tali che $g(h(x)) = f(x)$ ove $f(x)$ ha la seguente espressione
$$(a)\ \tan(x^2+1), \qquad (b)\ \frac{1}{\sin x}, \qquad (c)\ 2^{\arctan x}, \qquad (d)\ \log\log x, \qquad (e)\ \sqrt[3]{\frac{2}{x}+1} \qquad (f)\ 2^{\sin x}$$

3. Calcolare, usando le formule di derivazione di funzioni composte, le derivate delle funzioni $f(x)$ dell'esercizio precedente.

4. Riferendosi ancora alle funzioni dell'esercizio 2, determinare l'equazione della retta tangente al grafico nel punto di ascissa x_0 indicato:
$$(a)\ x_0 = 1, \qquad (b)\ x_0 = \frac{\pi}{4}, \qquad (c)\ x_0 = 0, \qquad (d)\ x_0 = e^2, \qquad (e)\ x_0 = 2, \qquad (f)\ x_0 = \frac{\pi}{6}$$

5. Calcolare, usando le formule di derivazione, le derivate delle seguenti funzioni
$$\sqrt{2}x^4 - 7x^3, \qquad (-x+2)^4 \sin x + \frac{6}{x}, \qquad \frac{3}{\sqrt[3]{x}} - \frac{2}{(\pi x+1)^2}, \qquad \frac{(x^2-\sqrt{5})(x^2-17)}{|x+1|},$$
$$\log\log(2x+\sqrt{x}), \qquad 2e^x + 3(\sin x) + 2^{-x}, \qquad \log^2 x + \arcsin x, \qquad \frac{1+e^x\sin^2 x - \log x}{1+\arctan^2 x},$$
$$e^{x^5-\sin x}, \qquad (\cos x - 1)\sin x, \qquad \left(\frac{1}{2}\right)^x + \sin x \left(\frac{1}{3}\right)^x, \qquad \left(\sin(x^2+x+1)\right)^{1/3},$$
$$\left(\tan(-2x^{-1/2}+x^{-1})\right)^{2x}, \qquad \sin\log(x\cos x), \qquad \frac{2\cos x - \arctan x}{\sqrt{x}}, \qquad (3x^2-2)\log\sqrt{-1+x^2}.$$

6. Studiare la derivabilità delle seguenti funzioni nel punto x_0 indicato. Quando non è derivabile, classificare il punto x_0 (angoloso, a tangente verticale, cuspide...)
$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin x}{e^x - 1} & \text{se } x < 0 \\ x+1 & \text{se } x \geq 0 \end{cases} \quad \{x_0 = 0\} \qquad f(x) = \begin{cases} \tan x - (x-1) & \text{se } -\frac{\pi}{2} < x < 0 \\ \cos x & \text{se } x \geq 0 \end{cases} \quad \{x_0 = 0\}$$
$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin^2 x}{e^x - 1} & \text{se } x < 0 \\ \log(1+x), & \text{se } x \geq 0 \end{cases} \quad \{x_0 = 0\} \qquad f(x) = \begin{cases} \dfrac{\tan^3(x-1)}{1-\cos(x-1)} & \text{se } x < 1 \\ x-1 & \text{se } x \geq 1 \end{cases} \quad \{x_0 = 1\}$$
$$f(x) = |x^2+5x-6| \quad \{x_0 = -1\}, \qquad f(x) = \log(1+|x|\sin x) \quad \{x_0 = 0\}$$
$$f(x) = \log(1-|\log x|) \quad \{x_0 = 1\}, \qquad f(x) = (3x-1)^{1/3} \quad \{x_0 = \tfrac{1}{3}\},$$